



Trabalho 07

Nome da Atividade: Lista de Exercícios

Nome e Matrícula: Lucas Lima do Nascimento - 12111ECP024

1. Um sistema de referência móvel UVW foi rotacionado de 90 graus em torno do eixo Z do sistema de referência global XYZ. Calcular as coordenadas do vetor r_{XYZ} quando $r_{UVW} = [-3, 4, -11]$.

Para calcular as coordenadas do vetor r_{XYZ} a partir do vetor r_{UVW} , é necessário utilizar uma matriz de rotação para aplicar a rotação de 90 graus no eixo Z.

A matriz de rotação para uma rotação de 90 graus em torno do eixo Z é:

$[\cos(90), -\sin(90), 0]$

$[\sin(90), \cos(90), 0]$

$[0, 0, 1]$

Ou, em termos de uma matriz 3x3:

$[0, -1, 0]$

$[1, 0, 0]$

$[0, 0, 1]$

Para calcular as coordenadas do vetor r_{XYZ} , basta multiplicar essa matriz pela matriz coluna formada pelas coordenadas do vetor r_{UVW} :

$[-3]$

$[4]$

$[-11]$

O resultado será:

$[4]$

$[-3]$

$[-11]$

Portanto, as coordenadas do vetor r_{XYZ} são $[4, -3, -11]$.

2. Calcular o vetor resultante da translação do vetor $r_{XYZ} = [4, 4, 11]$ segundo o vetor $p = [6, 3, 8]$.

Para calcular o vetor resultante da translação do vetor r_{XYZ} pelo vetor p , basta adicionar os dois vetores componente a componente:

$$[4 + 6]$$

$$[4 + 3]$$

$$[11 + 8]$$

O resultado será:

$$[10]$$

$$[7]$$

$$[19]$$

Portanto, o vetor resultante da translação é $[10, 7, 19]$.

3. Um sistema de referência móvel UVW foi transladado um vetor $p = [8, -4, 5]$ e, posteriormente, rotacionado de 90 graus em torno do eixo X do sistema de referência global XYZ. Calcular as coordenadas do vetor r_{XYZ} sendo que $r_{UVW} = [7, 3, 12]$.

Para calcular as coordenadas do vetor r_{XYZ} a partir do vetor r_{UVW} , primeiro é preciso aplicar a translação pelo vetor p . Isso pode ser feito adicionando o vetor p componente a componente:

$$[7 + 8]$$

$$[3 - 4]$$

$$[12 + 5]$$

O resultado será:

$$[15]$$

$$[-1]$$

$$[17]$$

Agora, para rotacionar esse vetor em torno do eixo X do sistema de referência global XYZ, precisamos utilizar uma matriz de rotação. A matriz de rotação para uma rotação de 90 graus

em torno do eixo X é:

[1, 0, 0]
[0, cos(90), -sin(90)]
[0, sin(90), cos(90)]

Ou, em termos de uma matriz 3x3:

[1, 0, 0]
[0, 0, -1]
[0, 1, 0]

Para calcular as coordenadas do vetor rXYZ, basta multiplicar essa matriz pela matriz coluna formada pelas coordenadas do vetor rUVW:

[15]
[-1]
[17]

O resultado será:

[15]
[17]
[-1]

Portanto, as coordenadas do vetor rXYZ são [15, 17, -1].

4. Translação: escrever um programa de computador que recebe as coordenadas do ponto P a ser transladado. A translação deve ser de 2 unidades em x, 3 unidades em y, e 5 unidades em z. Apresentar a matriz de transformação e plotar as novas coordenadas.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D

# Cria a matriz de translação
T = np.array([[1, 0, 0, 2],
              [0, 1, 0, 3],
              [0, 0, 1, 5],
              [0, 0, 0, 1]])
```

```

# Cria a matriz coluna com as coordenadas do ponto P
P = np.array([[2],
              [3],
              [5],
              [1]])

# Calcula a matriz resultante da translação
result = T.dot(P)

# Configura o ambiente de plotagem
fig = plt.figure()
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')

# Plot o ponto P antes da translação (em azul)
ax.scatter(2, 3, 5, c='b', marker='o')

# Plot o ponto P após a translação (em vermelho)
ax.scatter(result[0], result[1], result[2], c='r', marker='o')

# Exibe o gráfico
plt.show()

```

5. Translações sucessivas: escrever um programa que recebe x_0 , y_0 e z_0 da matriz de transformação T_0 , x_1 , y_1 e z_1 da matriz de transformação T_1 . Realizar a transformação sucessiva $T_0.T_1$ e a transformação $T_1.T_0$ sobre o ponto $P=(3,4,7)$. Apresentar os resultados destas duas transformações sucessivas.

```

import numpy as np

# Lê os valores de  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$ ,  $x_1$ ,  $y_1$  e  $z_1$ 
x0 = float(input("Insira o valor de  $x_0$ : "))
y0 = float(input("Insira o valor de  $y_0$ : "))
z0 = float(input("Insira o valor de  $z_0$ : "))

x1 = float(input("Insira o valor de  $x_1$ : "))
y1 = float(input("Insira o valor de  $y_1$ : "))
z1 = float(input("Insira o valor de  $z_1$ : "))

# Cria as matrizes de transformação  $T_0$  e  $T_1$ 
T0 = np.array([[1, 0, 0, x0],
               [0, 1, 0, y0],
               [0, 0, 1, z0],
               [0, 0, 0, 1]])

T1 = np.array([[1, 0, 0, x1],
               [0, 1, 0, y1],
               [0, 0, 1, z1],
               [0, 0, 0, 1]])

# Cria a matriz coluna com as coordenadas do ponto P

```

```

P = np.array([[3],
              [4],
              [7],
              [1]])

# Realiza as transformações sucessivas e imprime os resultados
result1 = T0.dot(T1).dot(P)
print("Transformação T0.T1:", result1)

result2 = T1.dot(T0).dot(P)
print("Transformação T1.T0:", result2)

```

6. Rotação: Escrever um programa que recebe o ângulo teta a ser rotacionado em torno do eixo z e calcula as novas coordenadas do ponto P=(4,5,6) após sua rotação. Plotar as novas coordenadas.

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D

# Lê o valor do ângulo teta
teta = float(input("Insira o valor do ângulo teta: "))

# Cria a matriz de rotação
R = np.array([[cos(teta), -sin(teta), 0, 0],
              [sin(teta), cos(teta), 0, 0],
              [0, 0, 1, 0],
              [0, 0, 0, 1]])

# Cria a matriz coluna com as coordenadas do ponto P
P = np.array([[4],
              [5],
              [6],
              [1]])

# Calcula a matriz resultante da rotação
result = R.dot(P)

# Configura o ambiente de plotagem
fig = plt.figure()
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')

# Plot o ponto P antes da rotação (em azul)
ax.scatter(4, 5, 6, c='b', marker='o')

# Plot o ponto P após a rotação (em vermelho)
ax.scatter(result[0], result[1], result[2], c='r', marker='o')

# Exibe o gráfico
plt.show()

```

7. Rotações sucessivas: escrever um programa que recebe o ângulo teta da primeira rotação R1, e o ângulo alfa da segunda rotação R2 a serem aplicados sobre o ponto P=(6,6,8). Plotar as novas coordenadas.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D

# Lê os valores dos ângulos teta e alfa
teta = float(input("Insira o valor do ângulo teta: "))
alfa = float(input("Insira o valor do ângulo alfa: "))

# Cria as matrizes de rotação
R1 = np.array([[cos(teta), -sin(teta), 0, 0],
               [sin(teta), cos(teta), 0, 0],
               [0, 0, 1, 0],
               [0, 0, 0, 1]])

R2 = np.array([[1, 0, 0, 0],
               [0, cos(alfa), -sin(alfa), 0],
               [0, sin(alfa), cos(alfa), 0],
               [0, 0, 0, 1]])

# Cria a matriz coluna com as coordenadas do ponto P
P = np.array([[6],
               [6],
               [8],
               [1]])

# Calcula a matriz resultante da rotação
result = R1.dot(R2).dot(P)

# Configura o ambiente de plotagem
fig = plt.figure()
ax = fig.
```

7. Translação e rotação sucessivas: escrever um programa que recebe x e y da matriz de translação T e o ângulo teta da matriz de rotação R a serem aplicados sobre o ponto P=(4,5,7). Plotar o resultado da transformação sucessiva T.R e o resultado da transformação sucessiva R.T.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D

# Lê os valores de x e y da translação e o ângulo teta da rotação
x = float(input("Insira o valor de x: "))
y = float(input("Insira o valor de y: "))
```

```

teta = float(input("Insira o valor do ângulo teta: "))

# Cria as matrizes de transformação
T = np.array([[1, 0, 0, x],
              [0, 1, 0, y],
              [0, 0, 1, 0],
              [0, 0, 0, 1]])

R = np.array([[cos(teta), -sin(teta), 0, 0],
              [sin(teta), cos(teta), 0, 0],
              [0, 0, 1, 0],
              [0, 0, 0, 1]])

# Cria a matriz coluna com as coordenadas do ponto P
P = np.array([[4],
              [5],
              [7],
              [1]])

# Calcula as matrizes resultantes das transformações
result1 = T.dot(R).dot(P)
result2 = R.dot(T).dot(P)

# Configura o ambiente de plotagem
fig = plt.figure()
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')

# Plot o ponto P antes da transformação (em azul)
ax.scatter(4, 5, 7, c='b', marker='o')

# Plot o ponto P após a transformação T.R (em vermelho)
ax.scatter(result1[0][0], result1[1][0], result1[2][0], c='r', marker='o')

# Plot o ponto P após a transformação R.T (em verde)
ax.scatter(result2[0][0], result2[1][0], result2[2][0], c='g', marker='o')

# Exibe o gráfico
plt.show()

```